Βασική Άσκηση 1

Να δείξετε ότι $(3+4i)^{50} + (4-3i)^{50} = 0$.

Λύση

Βασική άσκηση 2

Να δείξετε ότι $A = (\frac{1+i}{1-i})^{4\kappa} + (\frac{1-i}{1+i})^{4k} = 2$.

Λύση

Βασική άσκηση 3

Να λύσετε την εξίσωση $z^3 - 5z^2 + 9z - 5 = 0$ στο σύνολο των μιγαδικών αριθμών.

Λύση

Σύμφωνα με το σχήμα του $Horner$, έχουμε:

$$\begin{aligned} z^3 - 5z^2 + 9z - 5 = 0 &\Leftrightarrow (z-1)(z^2 - 4z + 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow z - 1 = 0 ή z^2 - 4z + 5 = 0 \qquad (1) \end{aligned}$$

Η διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $z^2 - 4z + 5 = 0$ είναι $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 * 1 * 5 = -4 < 0$ Επομένως οι λύσεις είναι $z_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm 2i}{2} = 2 \pm i$.

Υπενθύμιση Έστω η δευτεροβάθμια εξίσωση $az^2 + bz + c = 0$.Η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι:

$\boxed{x}$ $\boxed{y}$

- Αν $\Delta > 0$, η εξίσωση έχει ως λύση 2 άνισους πραγματικούς αριθμούς:

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Αν $\Delta = 0$, η εξίσωση έχει μία διπλή λύση: $z = \frac{-b}{2a}$

- Αν $\Delta < 0$, η εξίσωση έχει ως λύση 2 συζυγείς μιγαδικούς αριθμούς:

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$