

Βασική Άσκηση 1

Να δείξετε ότι $(3 + 4i)^{50} + (4 - 3i)^{50} = 0$.

Λύση

Βασική άσκηση 2

Να δείξετε ότι $A = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{4k} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4k} = 2$.

Λύση

Βασική άσκηση 3

Να λύσετε την εξίσωση $z^3 - 5z^2 + 9z - 5 = 0$ στο σύνολο των μιγαδικών αριθμών.

Λύση

Σύμφωνα με το σχήμα του *Horner*, έχουμε:

$$\begin{aligned} z^3 - 5z^2 + 9z - 5 = 0 &\Leftrightarrow (z - 1)(z^2 - 4z + 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow z - 1 = 0 \text{ ή } z^2 - 4z + 5 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Η διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $z^2 - 4z + 5 = 0$ είναι

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 * 1 * 5 = -4 < 0$$

Επομένως οι λύσεις είναι

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm 2i}{2} = 2 \pm i$$

.

Σημαντική Υπενθύμιση

Έστω η δευτεροβάθμια εξίσωση $az^2 + bz + c = 0, a \neq 0$. Η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Αν $\Delta > 0$,
η εξίσωση έχει ως λύση 2 άνισους πραγματικούς αριθμούς:

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Αν $\Delta = 0$,
η εξίσωση έχει μία διπλή λύση:

$$z = \frac{-b}{2a}$$

- Αν $\Delta < 0$,
η εξίσωση έχει ως λύση 2 συζυγείς μιγαδικούς αριθμούς:

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Τίτλος Πλαισίου

Αυτό είναι ένα πλαίσιο με κόκκινο περίγραμμα, Apricot χρώμα φόντου χωρίς στρογγυλεμένες γωνίες. Έχει επίσης τίτλο.